

注意 1) 配布物 (全て揃っているかを確認のこと):

- (1) 試験問題 (本用紙)
- (2) 答案用紙 3 枚 (不足時には挙手のこと. 表面のみ使用してもよい)
- (3) 授業評価アンケート自由記述用紙
- (4) マークシート

⇒ (2)(3)(4) の 3 点全てを提出のこと

注意 2) 各答案用紙右肩に「1/3」のように計何枚中何枚目かを明記のこと (書かれていないと採点しない). 不使用の答案用紙は持ち帰らずに提出のこと.

注意 3) 11:00 からの途中退室を許可予定 (受験者の解答状況によって前後する可能性がある). 時間があればできる者のみを対象に, 12:10 までの延長解答を認める.

注意 4) 筆記用具, 時計, 学生証のみ机の上に提示のこと. 携帯電話を時計がわりにすることは不可. 電卓含め持込不可. 荷物は全て鞆にしまい (携帯電話は電源を切る), チャックを締め, 椅子ではなく床に置くこと. 学生証を忘れた者は, 試験中に受験証明にサインさせるので, 対応のこと.

注意 5) ある大問の解答中に導いた数式や証明した定理ならば, 別の大問を解く際に, 導出や証明を繰り返すことなく引用してよい. また, 問題文中の数式は引用してよい. ただし, どの数式をどこで引用したのか, わかりやすく明記のこと.

注意 6) 数式だけが列挙された答案は採点しない. 式変形の根拠, 考え方の筋道が述べられていない答案は, 大幅に減点する.

注意 7) [重要] 必要があれば, 次の公式を, 証明・導出なしに用いてよい:

- (a) 準静的過程における仕事を与える公式
- (b) 微小な 2 変数関数がある関数の全微分で表されるための必要十分条件
- (c) 2 変数関数の合成関数の偏導関数公式

注意 8) 満点取得者, および, 前半の得点が満点に準ずる者の氏名を, 名誉の意味で, manaba に記載する可能性がある. これを望まない場合は明記のこと.

注意 9) 問題文中の記号のうち, p は圧力, T は絶対温度, μ は化学ポテンシャル, n は物質量 (モル数), V は容積, S はエントロピー, U は内部エネルギー, H はエンタルピー, F は自由エネルギー, G は自由エンタルピー, C_P は定圧熱容量, C_V は定容熱容量である. なお, 偏導関数の下付き添え字は, その変数を固定する意味である.

これら以外の記号を用いる場合は, その定義 (意味) を述べること.

注意 10) 不正行為は厳禁. 発覚次第, 学群で定める厳罰を課す.

注意 11) 不明点があれば, 挙手し質問のこと.

1. [38 点] 閉じた系の熱力学にしたがうと, 4 つの変数 p, V, T, S を, 独立変数とみなすことも, 従属変数とみなすことも可能である. このとき, 従属変数はいずれも 2 変数関数である. すると, これら 4 つの変数を用いて, さまざまな偏導関数をつくることができる. そのうち, 特定の偏導関数同士を等号で結ぶ 1 階線形定数係数偏微分方程式が, 準静的な可逆過程においては, 4 本成立する. これら 4 本の偏微分方程式を導出せよ.

(注意) F, H, G の定義式は天下りに用いてよい (Legendre 変換による根拠づけは不要). 準静的過程における仕事を与える式, 可逆過程におけるエントロピーの定義式を既知としてよい. これら以外を既知とした答案は 0 点とみなす.

2. 閉じた系の準静的な可逆過程における熱容量の数式表現を調べたい.

- (i) [15 点] 定圧熱容量 C_P が

$$C_P = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_p \quad (1)$$

と表されることを示せ. ただし, C_P の一般的な定義から説明を始めよ.

(注意) 2 変数関数の合成関数の偏導関数公式は, 証明せずに既知として用いてよい.

- (ii) [15 点] 次式を導け.

$$C_P - C_V = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \quad (2)$$

ただし, 次式は, 導出せずに既知として用いてよい.

$$C_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V \quad (3)$$

3. [24 点] 開いた系の準静的な可逆過程において成立する次の 3 式を, それぞれ導出せよ.

$$dG = -SdT + Vdp + \mu dn \quad (4)$$

$$\mu = \left(\frac{\partial G}{\partial n} \right)_{T,p} \quad (5)$$

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial p} \right)_{n,T} = \left(\frac{\partial V}{\partial n} \right)_{T,p} \quad (6)$$

ただし, 開いた系に対して, 次式が成立するものとする (導出不要. 既知とせよ).

$$nd\mu = -SdT + Vdp \quad (7)$$

4. [8 点] 次式は, 熱力学で用いる数学の観点から, 致命的な誤りを含む. 誤りを指摘し, その理由を, 50 字以上 100 字以内で, 簡潔かつ的確に述べよ.

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S = T \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_S - p \quad (8)$$

(注意) 正しい式を導くことは, 要求していない. 字数を大幅に守らなかった場合, 式の誤りを正しただけの場合は, いずれも 0 点とする. 数式や記号は字数に含めてよい (数式 1 本につき 1 字, 記号 1 個につき 1 字).

以上