応用数学小テスト [1][†1]

2017 月 4 月 26 日 (水) 8:40–9:00 (目安) 実施

(注 1) 日本語での説明中に数式を挿入する形で, 論理的に解答のこと．途中計算や式変形の根拠を省略しないこと．問題文中に書かれていない記号を用いる場合は, 定義を略さずに述べること.

(注 2) おかれている仮定 (題意) に注意しながら計算のこと．証明不要で用いてよい公式の線引きが不明な場合には, 挙手し質問のこと.

(注 3) 答案用紙は裏面も使用可．不足時は, 挙手し申し出ること.

(注 4) 解答時間は, 適宜延長するので, 丁寧に焦らず解答のこと.

問 1. [70 点] 任意の自然数 n と m に対して成立する次式を証明せよ.

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos nx \cos mx \, \mathrm{d}x = \begin{cases} \pi & (n = m) \\ 0 & (n \neq m) \end{cases}$$

(注意) 三角関数の加法定理, 2 倍角の公式は, 既知として証明せずに用いてよい.

問 2. [30 点] 任意の偶関数と任意の奇関数の積は奇関数となる．数式を用いてこれを示せ.

問 3. [記入任意] 満点取得者が少ない場合, 満点者の氏名を (名誉の意味で) manaba のコースニュースに掲載する予定ですが, これを望まない方は「望まない」と記載してください.
早く終わった人は, 講義に対する感想や疑問点を書き, 下記レジュメを読んでください.

以上

応用数学第 2 回講義レジュメ[†2]

- 前回——(i) 三角関数の直交関係式, 偶関数と奇関数の定義, 周期関数の定義という準備 (伏線) のもとで, (ii) 周期 2π の**周期関数** $f(x)$ を, 全ての三角関数の重ね合わせ, すなわち,

$$f(x) = c + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

  で表現するという, 画期的な級数展開である Fourier 級数を導入した．同時に, Fourier 係数 a_n, b_n, c の重要性を述べ, そのうち, c を $f(x)$ から与える公式を導出した.

- 今回—— §1.4.2 の解説 (a_n と b_n を $f(x)$ の定積分から求める公式)．§1.5 の問題 5 を解説[†3]．§2 (本日配布) のうち, Euler の公式 (§2.1.2) を天下り的に解説し, 実 Fourier 級数から複素 Fourier 級数を導く (§2.2.1) 予定.

- 次回—— 5 月 **1 日 (月!!)**．小テスト [2] を実施 (小テスト [1] と全く同じ要領)．**Fourier 係数を導く問題 (問題 4) と Euler の公式に関する問題 (問題 14) は確実に出題**[†4].

- 連絡事項—— 4 月 **29 日 (土) 23:59** $\Longrightarrow$ アンケート締切 (manaba から提出)

[†1] 100 点満点で採点し, 前半の総得点中 6 点に換算する.
[†2] あくまでも要点のみをまとめたものであって, 原則, 講義資料に沿って板書する.
[†3] §1.5 には, 複数の問題が載っているが, 時間の制約上, 全てを解くことはしない．自主学習としてほしい.
[†4] その他の出題情報は, 講義中あるいは manaba で述べる．(i) 具体的な $f(x)$ が与えられたときに Fourier 係数を求められるか, (ii) Euler の公式を記憶し使いこなせるか, が重要であることを, 予め注意しておく.