

[注意] よく読んだ上で解答を始めること

1. 学生証を机に提示. 鉛筆(シャープペンシル), 消しゴム, 時計のみ使用可. 筆箱, 関数電卓, 定規は使用不可. 携帯電話は電源をオフにして鞆の底にしまうこと. 鞆はチャックをしめて, 椅子ではなく床におくこと. 不正行為には学類で定める罰則が課される.
2. 10:55 から退室可能とする. 10:55 以降はトイレ等の途中退室を認めない.
3. 答案用紙3枚全てに要記名. 答案用紙が足りなければ挙手せよ. 使わなかった答案用紙も提出せよ. 用紙右上に 1/3, 2/3, … のように計何枚中何枚目かを明記せよ.
4. ある問題の解答において導いた数式や証明済事項は, 他の問題の解答において, 証明を繰り返すことなく自由に用いてよい. 独立採点とするので, 問題文中の数式も用いてよいが, 数式引用の際は, 問題文中の式番号と答案中の式番号を区別のこと.
5. 下添え字の変数は, 偏微分の演算において, その変数を固定することを意味する.
6. 以下の公式や定理に限り, 証明せずに既知として用いてよい.
 - (a) 準静的過程において, 系が外界に対してする仕事を与える公式
 - (b) 微小な2変数関数が, ある関数の全微分で表されるための必要十分条件
 - (c) 2変数関数の合成関数の導関数公式これら以外の公式や定理を用いるのならば, 導出や証明を略さないこと.
7. 問1と問2で, U は内部エネルギー, F は自由エネルギー, H はエンタルピー, G は自由エンタルピー, T は絶対温度, p は圧力, V は容積(体積), S は可逆過程におけるエントロピー, C_P は定圧熱容量, C_V は定容(定積)熱容量, m は質量, R は質量ベースの気体定数である. これら以外の記号を用いる場合は, その説明を省かないこと.
8. 「どの公式をどこでどのように用いたのか」など, 考え方の筋道や式変形の根拠を, 論理的かつ正確に略さず記述のこと. 日本語での説明中に数式を挿入する形で解答のこと. おかれている仮定(題意)に注意しながら計算のこと. 記号の誤用からは減点する.

問1. 閉じた系の準静的な可逆過程を考える.

- (1) [答えのみでよい] U の保存則を意味する数式を, 微小変化に対して, 不完全微分を用いることなく書け. (注意) 準静的仕事を与える公式は既知として用いてよい.
- (2) 次式をそれぞれ導け.
(注意) F, H, G の定義式は既知としてよい. Legendre 変換を使う必要はない.

$$dF = -SdT - pdV \quad (A)$$

$$dH = TdS + Vdp \quad (B)$$

$$dG = -SdT + Vdp \quad (C)$$

^{†1} 100点満点で採点し, 15点満点に換算する. 総合成績100点満点中15点の配点を占める.

(3) U, F, H, G の自然な独立変数を決定し, 次式(8つ)を全て導け.

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V, \quad T = \left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_p \quad (\text{D})$$

$$p = -\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S, \quad p = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T \quad (\text{E})$$

$$V = \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_S, \quad V = \left(\frac{\partial G}{\partial p}\right)_T \quad (\text{F})$$

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V, \quad S = -\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_p \quad (\text{G})$$

(4) [答えのみでよい] p, V, S, T の4変数を関係づける Maxwell の関係式を「4本」書け.

問2. 閉じた系の準静的な可逆過程を考える.

(1) 「熱容量の一般的定義」から出発し, 熱力学第一法則を利用して, 全微分を駆使することで, 次式の成立を示せ.

$$C_P = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p, \quad C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \quad (\text{H})$$

(2) 上式(H)の C_P と C_V の右辺を, 次の形に変形せよ.

$$C_P = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p, \quad C_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V \quad (\text{I})$$

(3) 次式を導け. (ヒント) 変数の個数を減らす. 全微分.

$$C_P - C_V = T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \quad (\text{J})$$

(4) 系が理想気体ならば, 上式(J)の右辺は mR となる. これを示せ.

問3. 独立変数 x と y に依存する未知の2変数関数 $f(x, y)$ が, つぎの偏微分方程式にしたがう.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0 \quad (\text{K})$$

(1) 上式(K)の一般解を導け. ただし, 最終的な答えは, 積分記号を含まない形に変形せよ. (注意) 新しい記号を用いるのならば, 説明を与えよ.

(ヒント) 得られた解が, 本当に(K)を満たすのかを確かめるとよい.

(2) [答えのみでよい] 上式(K)の特殊解(特解)を1つ挙げよ. ただし, 複数個挙げた者, 自明な解すなわち $f(x, y) = 0$ を挙げた者は, 0点とする.

問4. [時間が余った人] これまでの講義や小テストの反省, 感想, 疑問点などを書いてください.

以上