応用数学 (金川) 中テストについて (5/17/2016 配布)

1. 5 月 24 日 (火) 12:15 に問題配布 [†1]. 時間は無制限 (15:00 まで解答可能). 大問は 6 問前後を予定.

2. **全範囲から出題** [†2]. 一夜漬けは通用しない [†3]. とはいえ, **資料から逸脱しない**ので, これまでのレポート課題に「真面目に取り組んで習得した」者であって [†4], かつ, 小テストの高得点者は, 心配する必要はないであろう.

3. 出題の半数ほどは「計算問題」とする. ここでいう計算問題とは, 根本的な公式の導出や定理の証明よりも, それらを道具として未知の問題を解決してもらう類の出題である. 決して, 丸暗記した公式に数字を当てはめるだけで対応できる類の (高校数学的な) 出題ではない [†5].

4. 問題の 1/3 程度を, Fourier 級数の章 (§1–§3) から, 満遍なく出題する. 公式の導出は前回出題済なので, 今回は**計算問題を中心**とする. 主要な公式はその場で導いてもよいが, 保険として記憶しておくことが望ましい.

5. ここまでの範囲で現れた定義や公式は, 何度か導き, 意味を理解しておれば, (丸暗記ではなく) **自然と覚えてしまう類の簡潔な数式がほぼ全て**である. その意味で, 原則, 公式は問題文には与えない [†6].

6. 問題文には, 既知として使ってよい公式 (定理), 示すべき公式を明示するので, そこに気を使う必要はない.

7. Fourier 変換の性質 (§3) は難易度が高い意味で, 今回は "あまり" 問わない予定である. やはり, 公式 (Parseval の等式など) や手法 (項別積分など) を使いこなせるかを主眼におく.

8. 出題の中心は, 新規範囲となる Fourier 変換 (§4) であって, 問題の 2/3 ほどはここから出題する. やはり, 満遍なく問うが, **定理や公式の証明問題と計算問題を半々程度**に出題予定である.

9. 複素 Fourier 係数 (級数) から (逆) Fourier 変換の導出は, 難易度が高い意味で今回は問わない. したがって, **Fourier 変換と逆 Fourier 変換の定義を記憶する**ことが必須である:

$$F(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx} \mathrm{d}x \ \text{(Fourier 変換)}, \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(k) e^{ikx} \mathrm{d}k \ \text{(逆 Fourier 変換)}$$

10. 出題は講義資料を逸脱しないし, 講義資料の問題が全て解ければ容易に満点がとれる. しかしながら, もしも, 丸暗記に頼っているのならば, 数字まで含め全く同じ問題が出ない限り対応できない [†7].

11. **レポートや小テストよりも厳しく採点する**. たとえば, 前回実施の小テストで半数ほどの者は以下の減点があった: 問 1 の 2) で, 複素 Fourier 級数にまとめる際に

$$\underbrace{c = \frac{a_0}{2}}_{a_n \text{で } n=0 \text{ とおく}} = \frac{a_0 - ib_0}{2} \qquad \left(\because b_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin 0x \, \mathrm{d}x = 0 \right)$$

に準ずる記述を省略している. むろん, c (あるいは $a_0/2$) を総和記号に含めずに考えることは, 数学的に誤りではない. しかし, そうならば, $n = 0$ の場合については, $(a_n - ib_n)/2$ なるひとかたまりの係数に含めて定義することができない. **この論理でゆくと, 総和の範囲が** $\displaystyle\sum_{n=-\infty\ (n\neq 0)}^{\infty}$ **と書かれていなければ自己矛盾**なのである. つまりは, 論理に一貫性がなく, 問題文に書かれた結果の式から逆算しているに過ぎない. それでも, 4 点中わずか 0.5 点前後の減点に留めたが [†8], 以後, このような**誤魔化しには得点を与えない** [†9].

[†1] [今後の予定] 5/24: 中テスト (配点 25 点), 5/31: 講義 (Laplace 変換と常微分方程式), 6/6: 中間試験 (配点 45 点), 6/13 から: 後半.

[†2] 本日配布の資料が全て終わるとは限らないので, 本日進んだところまでとする. 講義内で省略した箇所からは出題しない.

[†3] 資料のページ数を見れば理解できるはずである. 計 3 回のレポート課題 (15 点) にいい加減に取り組んできた者や, 小テスト (10 点) の低得点層はかなりの努力を要する. 中テストの配点が 25 点である意味を考えてほしい.

[†4] レポート課題は, 何でも参照可であった. その意味で, レポートが高得点であったとしても, 実力者であるとは限らない.

[†5] 変に凝った問題や重箱の隅を突く出題は行わない. **基礎の基礎だけを出題**するが, 基礎が易しいとは限らない (初回講義で話した「基礎」と「応用」の意味を考えてほしい).

[†6] もちろん, あまりにもマニアックな公式を用いてもらう場合には, 問題文で与える.

[†7] いきなり講義資料の問題を解くのではなく, まずは, 講義資料の「問題以前 (定義, 公式, 定理)」の理解と習得に力を注ぐべきである. さもなくば, 単なる問題の解法の暗記に終止し, 幸運にも今回一定の得点が取れても, その先の中間試験や期末試験では失敗するだろう.

[†8] 前後関係なども考慮して, 0.5 点以上減点した答案, 0.5 点未満の減点に留まった答案も存在する.

[†9] そもそも, 数学は答えが一通りに定まる学問であって, 断片的な知識や技法に価値はないという意味で, **本質的に部分点は存在しないので期待すべきではない** (軽微な誤記や計算ミスは例外). 次回以降は**「完全な答案」**を期待している.