

熱力学 II 小テスト [2]<sup>†1</sup> 2016 年 10 月 21 日 10:10–10:23 (目安)

問 2 の (3) 以外は答えのみを書くこと (時間の制約上). 言い換えれば, 答えは一通りである. 時間に余裕があれば, 途中計算等を書くことを妨げないが, 誤りが含まれていれば減点する.

問 1. 独立変数  $x$  と独立変数  $y$  に依存する 2 変数関数  $f(x, y)$  を考える.

(1) [20 点, 答えのみでよい (意味や過程や根拠などは書かないこと)]

偏微分のみを用いて (すなわち, 微分と偏導関数のみを用いて), 全微分  $df(x, y)$  を書け.

(2) [20 点, 答えのみでよい (意味や過程や根拠などは書かないこと)]  $\frac{\partial f}{\partial y}$  の定義式を書け.

問 2. 任意の過程が準静的かつ可逆的に進むとする. 以下の設問 (1)(2)(3) で,  $U$  は内部エネルギー,  $S$  は可逆過程におけるエントロピー,  $T$  は絶対温度,  $p$  は圧力,  $V$  は容積である.

(1) [10 点, 答えのみでよい (意味や過程や根拠などは書かないこと)]

微分を用いて,  $U$  の保存を意味する式を書け. 上記 5 つの記号以外を用いてはならない.

(2) [20 点, 答えのみでよい (意味や過程や根拠などは書かないこと)]

以下の式 (A) が成立するためには,  $U$  の独立変数は何でなければならないか.

(3) [30 点] 以下の式 (A) を導け. (注意 1) 数式だけは不可. 根拠を日本語で丁寧に述べよ. (注意 2) 前回述べたように, 下添え字は, その変数を固定することを意味する.

$$T = \left( \frac{\partial U}{\partial S} \right)_V, \quad p = - \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_S \quad (\text{A})$$

問 3. 時間が余った人は, 何か書いて (疑問点や小テストの感想など), レジユメを読んでもください.

以上

熱力学 II 第 3 回講義レジユメ (2016/10/21)

1. 前回の復習—— 数学の準備 (2 変数関数の全微分と偏微分). 熱力学の独立変数の取り扱いで注意すべき 3 点. 圧力と温度を指定して全ての状態変数を計算可能な体系を目指す. 内部エネルギーと自由エネルギーに対する熱力学恒等式 (エネルギー保存則) と熱力学ポテンシャル.

2. 今回の要点—— 自由エンタルピー  $G(T, p)$  が目標 (結論) である.

1) [道具 1] Legendre 変換 ( $pV$  と  $TS$  の足し引き) からの  $F, H, G$  の定義式の意味付けと微分.

2) [道具 2] 準静的な可逆過程に対する熱力学第一法則との融合.

3) [結果 1]  $U, F, H, G$  に対する 4 本の熱力学恒等式 (4 種類のエネルギー保存則 (第一法則)).

4) [結果 2]  $U, F, H, G$  の自然な独立変数の選択  $\implies$  4 つの熱力学ポテンシャル.

5) [結果 3] 熱力学ポテンシャルの全微分  $\implies$  4 つの独立変数  $p, V, T, S$  が熱力学ポテンシャルの偏導関数として表現可能.

6) [§ 0.4.7 (解析学 III, § 2)] 微小な 2 変数関数がある関数の全微分で表される必要十分条件.

3. 次回小テスト [3] で何を評価するのか (ポイントと出題範囲)<sup>†2</sup>

(1) 4 本の熱力学恒等式を導けること. (2) 4 つの熱力学ポテンシャルを, 独立変数依存性も含めて決定できること. (3) 4 つの独立変数を熱力学ポテンシャルの偏導関数として表現できること.

(4) 完全形の微分方程式と全微分の必要十分条件に関する数学的基礎を理解していること<sup>†3</sup>.

<sup>†1</sup> 100 点満点で採点し, 4 点満点に換算する. 総合成績 100 点満点中 4 点の配点を占める.

<sup>†2</sup> 進度に応じて範囲削減の可能性はある (講義内で周知). 小テスト [1][2] の出題範囲の理解を前提に出題する. 熱力学 I よりも積み重ねが重視される講義内容であるため, 例年, 低得点の者は低得点層から脱却困難な傾向がある.

<sup>†3</sup> 今回の問 1 のように, 過去問の傾向に即さない新傾向の出題がありえるが, 基礎 (原理・原則) しか問わない.